

Négyzetgyökös egyenletek

1. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a.) $\sqrt{x-6} = 1$

b.) $\sqrt{x-6} = -11$

c.) $2\sqrt{x} - 5 = \sqrt{x} + 4$

$\sqrt{x-6} = 1 \quad (\)^2$ $x - 6 = 1$ $x = 7$ Ell.: Bo.: $\sqrt{7-6} = \sqrt{1} = 1$	$\sqrt{x-6} = -11$ A négyzetgyök értéke nem lehet negatív! $\nexists \in \mathbb{R}$	$2\sqrt{x} - 5 = \sqrt{x} + 4 \quad \text{ÉT.: } x \geq 0$ Vonjuk össze, amit lehet! $2\sqrt{x} - 5 = \sqrt{x} + 4 \quad -\sqrt{x} \quad +5$ $\sqrt{x} = 9 \quad (\)^2$ $x = 81$ Ell.: Bo.: $2\sqrt{81} - 5 = 18 - 5 = 13$ Jo.: $\sqrt{81} + 4 = 9 + 4 = 13$
---	--	---

2. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán! $2\sqrt{x} + 5 = \sqrt{x} + 4$

$$2\sqrt{x} + 5 = \sqrt{x} + 4$$

$$\text{ÉT.: } x \geq 0$$

$$\sqrt{x} \neq -1$$

Nincs ilyen racionális szám. ($\nexists x \in \mathbb{Q}$)

3. Oldja meg a következő egyenleteket a racionális számok halmazán! $\sqrt{x+5} + 1 = 2$

$$\sqrt{x+5} + 1 = 2$$

$$\text{ÉT.: } x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$$

Úgy kell rendezni az egyenletet, hogy a négyzetgyök egyedül legyen az egyik oldalon.

$$\sqrt{x+5} = 1 \quad |(\)^2$$

$$x + 5 = 1$$

$$x = -4$$

A kapott megoldás beleesik az értelmezési tartományba. **A négyzetre emelés nem ekvivalens átalakítás!** A négyzetre emelt egyenlet magasabb fokú, mint az eredeti egyenlet, ezért több megoldása lehet, mint az eredetinek. A négyzetre emelt egyenlet megoldásai között ott vannak az eredeti egyenlet megoldásai is, de nem mindig csak azok. Ellenőrzéssel ki tudjuk válogatni az eredeti egyenlet megoldásait!

Ell.:

$$\text{Bo.: } \sqrt{-4+5} + 1 = 1 + 1 = 2 = \text{Jo.}$$

4. Oldja meg a következő egyenleteteket a valós számok halmazán!

a.) $4 - \sqrt{3-x} = 5$ b.) $x - \sqrt{25-x^2} = 7$

$$4 - \sqrt{3-x} = 5$$

$$\text{ÉT.: } 3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x$$

Úgy kell rendezni az egyenletet, hogy a négyzetgyök egyedül legyen az egyik oldalon.

$$4 - \sqrt{3-x} = 5 \quad | + \sqrt{3-x} \quad | -5$$

$$-1 = \sqrt{3-x}$$

A négyzetgyök értéke sohasem lesz negatív. Nincs ilyen valós szám ($\nexists x \in \mathbb{Q}$).

Ha négyzetre emeled mindkét oldalt, akkor hamis gyököt kapsz. Ha nem végzel ellenőrzést, és nem veszed észre, akkor elrontottad. Ha észreveszed, és négyzetre emelsz, akkor csak sokat dolgozol potyára.

$$-1 = \sqrt{3-x} \quad | ()^2$$

$$1 = 3-x$$

$$x = -2$$

Ez beleesik az értelmezési tartományba, ellenőrizzük le!

Ell.:

$$\text{Bo.: } 4 - \sqrt{3-(-2)} = 4 - \sqrt{5} \neq 5$$

$x = -2$ Hamis gyök!

b.)

$$x - \sqrt{25-x^2} = 7$$

$$\text{ÉT.: } 25 - x^2 \geq 0$$

$$25 \geq x^2$$

$$x - 7 = \sqrt{25-x^2} \quad | ()^2$$

$$\boxed{-5 \leq x \leq 5}$$

$$x^2 - 14x + 49 = 25 - x^2$$

$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 48}}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$$

Mindkét gyök beleesik az értelmezési tartományba, ezért ellenőrizzük le

őket!

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 3$$

$$\text{Bo.: } 4 - \sqrt{25 - 4^2} = 4 - \sqrt{9} = 1$$

$$\text{Bo.: } 3 - \sqrt{25 - 3^2} = 3 - \sqrt{16} = -1 \neq \text{Jo.}$$

$$\text{Jo.: } 7$$

$$\text{Jo.: } 7$$

$$x_1 = 4 \quad \text{Hamis gyök}$$

$$x_2 = 3 \quad \text{Hamis gyök}$$

Persze, ha ügyesek lettünk volna, akkor észrevehettük volna, hogy nincs megoldása az egyenletnek:

Amikor átrendeztük ($x - 7 = \sqrt{25 - x^2}$) látható volt, hogy ha az x max. öt lehet, akkor a baloldal negatív. Márpedig a négyzetgyök értéke nem lehet negatív. **Az értékészlet vizsgálata hasznos lehet!**

5. Mennyi a következő egyenlet valós gyökeinek szorzata? $\sqrt{28 - x - x^2} = 4$

$\sqrt{28 - x - x^2} = 4 \quad (\)^2$ $28 - x - x^2 = 16$ $0 = x^2 + x - 12$ $x_{1;2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$	$\text{K.: } -x^2 - x + 28 \geq 0$ $x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-28)}}{-2} = \frac{1 \pm \sqrt{113}}{-2}$ $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{113}}{2} \approx -5,82$ $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{113}}{2} \approx 4,82$ $\frac{-1 - \sqrt{113}}{2} \leq x \leq \frac{-1 + \sqrt{113}}{2}$
---	---

Mindkét megoldás beleesik az egyenlet értelmezési tartományába, ezért ellenőrizzük le őket!

Ell:

$$x = 3$$

$$x = -4$$

$$\text{BO.} = \sqrt{28 - 3 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{BO.} = \sqrt{28 - (-4) - (-4)^2} = \sqrt{32 - 16} = 4$$

$$\text{JO.} = 4$$

$$\text{JO.} = 4$$

$$\underline{\underline{x_1 = 3}}$$

$$\underline{\underline{x_2 = -4}}$$

Az egyenlet valós gyökeinek szorzata -12.

6. Oldja meg a következő egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 - 16} = x - 4$$

$\sqrt{x^2 - 16} = x - 4$ $x^2 - 16 = (x^2 - 8x + 16)$ $8x = 32$ $x = 4$	$ (\)^2$	K: $x^2 - 16 \geq 0$ $ x \geq 4$
---	-----------	--

Ell.:

$$\sqrt{16 - 16} = 4 - 4$$
$$0 = 0$$

7. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán! $x + 1 = \sqrt{5x + 1}$

$$x + 1 = \sqrt{5x + 1} \quad |(\)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = 5x + 1$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

↙ ↘

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$$

ÉT.:

$$5x + 1 \geq 0$$

$$x \geq -\frac{1}{5}$$

Ell.:

$$0 + 1 = \sqrt{5 \cdot 0 + 1}$$

$$1 = 1$$

$$3 + 1 = \sqrt{15 + 1}$$

$$4 = 4$$

A pozitív megoldás a 3.

8. Határozza meg a következő egyenlet megoldáshalmazát!

$$\frac{x+1}{\sqrt{5x-1}} = \sqrt{x}$$

$$\frac{x+1}{\sqrt{5x-1}} = \sqrt{x} \quad |(\)^2$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x - 1} = x \quad | \cdot (5x - 1)$$

$$x^2 + 2x + 1 = 5x^2 - x$$

$$0 = 4x^2 - 3x - 1$$

$$x_{1;2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{3 \pm 5}{8} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ Hamis gyök}$$

ÉT.:

$$5x - 1 > 0 \text{ és } x \geq 0$$

$$\boxed{x > \frac{1}{5}}$$

EII.:

$$\frac{1+1}{\sqrt{5-1}} = \sqrt{1}$$

$$\frac{2}{\sqrt{4}} = \sqrt{1}$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

$$1 = 1$$

9. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{2x^2 - x + 2} + x = 0$$

$$\sqrt{2x^2 - x + 2} + x = -x \quad |(\)^2$$

$$\sqrt{2x^2 - x + 2} = -2x$$

A négyzetgyökfüggvény **ÉK**-e a nem negatív számok halmaza, ezért $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

$$2x^2 - x + 2 = x^2$$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

$\nexists x \in \mathbb{R}$ (Nincs ilyen valós szám.)

ÉT.:

$$2x^2 - x + 2 \geq 0$$

$$x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-16}}{4}$$

A főegyüttható pozitív, ezért az egyenlőtlenség mindenhol teljesül.

10. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0$

$$\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0$$

Ha így emelnénk mindkét oldalt négyzetre, akkor a bal oldalt kéttagú összegként kellene négyzetre emelni. Sokkal csúnyább egyenletet kapnánk, de legalább a négyzetgyök is bent maradna.

$$\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0 \quad | ()^2$$

$$(\sqrt{6x^2 + 8x - 8})^2 - 2\sqrt{6x^2 + 8x - 8} \cdot \sqrt{3x - 2} + (\sqrt{3x - 2})^2 = 0$$

$$6x^2 + 8x - 8 - 2\sqrt{(\sqrt{6x^2 + 8x - 8}) \cdot (\sqrt{3x - 2})} + 3x - 2 = 0$$

ÉT.:

$$0 \leq 6x^2 + 8x - 8$$

és

$$3x - 2 \geq 0$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$

$$x_{1;2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 192}}{12} =$$

$$= \frac{-8 \pm 16}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$x \leq -2 \quad \text{vagy} \quad \frac{2}{3} \leq x$$

Négyzetre emelés előtt rendezzük át!

$$\sqrt{6x^2 + 8x - 8} - \sqrt{3x - 2} = 0 \quad | + \sqrt{3x - 2}$$

$$\sqrt{6x^2 + 8x - 8} = \sqrt{3x - 2} \quad | ()^2$$

$$6x^2 + 8x - 8 = 3x - 2$$

$$6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{12} =$$

$$= \frac{-5 \pm 13}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ x_2 = -\frac{18}{12} = -1,5 \quad \text{Hamis gyök} \end{cases}$$

Ell.:

$$\sqrt{6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 8 \cdot \frac{2}{3} - 8} - \sqrt{3 \cdot \frac{2}{3} - 2} = 0$$

$$\sqrt{\frac{8}{3} + \frac{16}{3} - 8} - \sqrt{0} = 0$$

$$0 = 0$$

$$\sqrt{6 \cdot (-1,5) + 8 \cdot (-1,5) - 8} - \sqrt{3 \cdot (-1,5) - 2} = 0$$

$$\sqrt{-9 - 12 - 8} - \sqrt{-4,5 - 2} = 0$$

$$\sqrt{-29} - \sqrt{-6,5} \neq 0$$

11. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x+3} + \frac{4}{\sqrt{x+3}} = 4$

$$\sqrt{x+3} + \frac{4}{\sqrt{x+3}} = 4 \quad / \cdot \sqrt{x+3}$$

$$x+3+4 = 4\sqrt{x+3}$$

$$x+7 = 4\sqrt{x+3} \quad / ()^2$$

$$(x+7)^2 = 16(x+3)$$

$$x^2 + 14x + 49 = 16x + 48$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

Ell.:

$$\sqrt{1+3} + \frac{4}{\sqrt{1+3}} = 4$$

$$2 + \frac{4}{2} = 4$$

$$4 = 4$$

ÉT.:

$$x+3 > 0$$

$$x > -3$$

12. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{3} + \sqrt{x-1} = 1$

$$\sqrt{3+\sqrt{x-1}}=1 \quad |(\)^2$$

$$3+\sqrt{x-1}=1 \quad | -3$$

$$\sqrt{x-1} \neq -2$$

A négyzetgyök értéke nem lehet negatív, ha négyzetre emeljük hamis gyököt kapunk.

ÉT:

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow 3 + \underbrace{\sqrt{x-1}}_{\geq 0} > 0$$

$$\boxed{x \geq 1}$$

13. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x-9} - \sqrt{x-18} = 1$

$$\sqrt{x-9} - \sqrt{x-18} = 1 \quad | + \sqrt{x-18}$$

$$(\sqrt{x-9})^2 = (1 + \sqrt{x-18})^2 \quad |(\)^2$$

$$\Downarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x-9 = 1 + x-18 + 2\sqrt{x-18}$$

$$8 = 2\sqrt{x-18} \quad | :2$$

$$4 = \sqrt{x-18} \quad |(\)^2$$

$$16 = x-18$$

$$34 = x$$

Ell.:

$$\sqrt{34-9} - \sqrt{34-18} = 1$$

$$1 = 1$$

ÉT.:

$$x-9 \geq 0 \quad \text{és} \quad x-18 \geq 0$$

$$x \geq 9 \quad \boxed{x \geq 18}$$

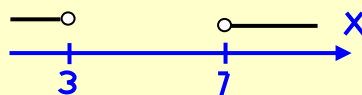
14. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x-7} + \sqrt{3-x} = 2$

$$\sqrt{x-7} + \sqrt{3-x} = 2$$

ÉT.:

$$x-7 \geq 0 \quad \text{és} \quad 3-x \geq 0$$

$$x \geq 7 \quad 3 \geq x$$



Nincs közös rész!

$$\nexists x \in \mathbb{R}$$

15. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = 2$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4} = 2$$

Könnyebb számolni, ha a négyzetre emelés előtt átrendezzük.

$$\sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{x-4} \quad |(\)^2$$

$$x+4 = 4 + 4\sqrt{x-4} + x-4$$

$$\cancel{4}^1 = \cancel{4}\sqrt{x-4}$$

$$1 = \sqrt{x-4}$$

$$1 = x-4$$

$$x = 5$$

ÉT.:

$$x+4 \geq 0 \quad \text{és} \quad x-4 \geq 0$$

$$x \geq -4 \quad \boxed{x \geq 4}$$

Ell.:

$$\text{Bo.} = \sqrt{5+4} - \sqrt{5-4} = 3 - 1 = 2 = \text{Jo.}$$

16. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán! $\sqrt{4-2x} - \sqrt{2x-3} = 1$

$$\sqrt{4-2x} - \sqrt{2x-3} = 1$$

$$\sqrt{4-2x} = 1 + \sqrt{2x-3} \quad |(\)^2$$

$$4 - 2x = 1 + 2\sqrt{2x-3} + 2x - 3$$

$$4 - 2x = 2\sqrt{2x-3} + 2x - 2 \quad | +2 \quad | -2x$$

$$6 - 4x = 2\sqrt{2x-3} \quad | :2$$

$$3 - 2x = \sqrt{2x-3} \quad |(\)^2$$

$$9 - 12x + 4x^2 = 2x - 3$$

$$4x^2 - 14x + 12 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 48}}{8} = \frac{14 \pm 2}{8} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{12}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

Mindkét gyök éppen beleesik az értelmezési tartományba.

Ell.:

$$\sqrt{4 - 2 \cdot 2} - \sqrt{2 \cdot 2 - 3} = 1$$

$$0 - 1 \neq 1$$

$$\sqrt{4 - 2 \cdot \frac{3}{2}} - \sqrt{2 \cdot \frac{3}{2} - 3} = 1$$

$$1 - 0 = 1$$

$x_1 = 2$ Hamis gyök. Egész megoldás nincs.

ÉT.:

$$4 - 2x \geq 0 \quad \text{és} \quad 2x - 3 \geq 0$$

$$4 \geq 2x \quad 2x \geq 3$$

$$2 \geq x \quad x \geq \frac{3}{2}$$

$$\boxed{\frac{3}{2} \leq x \leq 2}$$

17. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán! $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-6} = 1$

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{x-6} = 1$$

ÉT.:

$$\sqrt{x-3} = 1 - \sqrt{x-6}$$

$$x-3 \geq 0 \quad \text{és} \quad x-6 \geq 0$$

$$x \geq 3 \quad \boxed{x \geq 6}$$

$$x-3 = 1 - 2\sqrt{x-6} + x-6$$

$$x-3 = -5 - 2\sqrt{x-6} + x$$

$$2 = -2\sqrt{x-6}$$

$$-1 \neq \sqrt{x-6}$$

$$\nexists x \in \mathbb{R}$$

**18. Oldja meg a következő egyenletet az egész számok halmazán! $\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = \sqrt{10-x}$
Van-e megoldás a [5;9] intervallumban?**

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-5} = \sqrt{10-x}$$

$$x-5 \geq 0 \quad \text{és} \quad 10-x \geq 0 \quad \text{és} \quad x \geq 0$$

$$x \geq 5 \quad \quad \quad 10 \geq x$$

$$x-5 + x + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-5} = 10-x$$

$$\boxed{5 \leq x \leq 10}$$

$$2x-5 + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-5} = 10-x$$

$$2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x-5} = 15-3x$$

$$2\sqrt{x^2-5x} = 15-3x$$

$$4x^2 - 20x = 225 - 90x + 9x^2$$

$$0 = 5x^2 - 70x + 225$$

$$0 = x^2 - 14x + 45$$

$$x_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{196-180}}{2} = \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Ell.:

$$\sqrt{9} + \sqrt{9-5} = \sqrt{10-5}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{5-5} = \sqrt{10-5}$$

$$3 + 2 \neq \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} + 0 = \sqrt{5}$$

A 9 hamis gyök. Az 5 beleesik a megadott intervallumba.

19. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán!

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 0$$

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 0$$

$$\text{ÉT.: } x \geq 3$$

$$x \geq 3 \Rightarrow \underbrace{\underbrace{\sqrt{x-1}}_{>0} + \underbrace{\sqrt{x+2}}_{>0} + \underbrace{\sqrt{x-3}}_{\geq 0}}_{>0} = 0$$

Ha az x nem kisebb, mint 3, akkor a baloldal értéke pozitív. Tehát nincs megoldás.

Néha az értékészlet vizsgálata is hasznos!

20. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1-x$

$$\underbrace{\underbrace{\sqrt{x}}_{>0} + \underbrace{\sqrt{x-2}}_{\geq 0}}_{>0} \neq \underbrace{1-x}_{<0}$$

$$x-2 \geq 0 \quad \text{és} \quad x \geq 0$$

$$\boxed{x \geq 2}$$

Mindig figyelni kell az ÉK-t is!

21. Oldja meg a következő egyenletet a pozitív számok halmazán! $\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}} = x+2$

$$\sqrt{4+x\sqrt{36+x^2}} = x+2$$

$$\cancel{4} + x\sqrt{36+x^2} = x^2 + 4x + \cancel{4}$$

$$\cancel{x}\sqrt{36+x^2} = \cancel{x}(x+4) \quad x \neq 0$$

Az ÉT megállapítása túl nehéz. Maradunk az ellenőrzésnél.

$$\sqrt{36+x^2} = x+4 \quad |(\)^2$$

$$36+x^2 = x^2+8x+16$$

$$20 = 8x$$

$$x = \frac{20}{8} = 2,5$$

Ell.:

$$\text{Bo. : } \sqrt{4+2,5 \cdot \sqrt{36+2,5^2}} = \sqrt{4+2,5 \cdot 6,5} = 4,5$$

$$\text{Jo. : } 2,5+2 = 4,5$$

Meg kell vizsgálni, hogy mi van ha $x = 0$.

$$\text{Bo. : } \sqrt{4+0 \cdot \sqrt{36+0^2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{Jo. : } 0+2 = 2$$

22. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán, és ábrázolja a számegegyenesen a megoldáshalmazt! $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = \sqrt{3x-5}$

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = \sqrt{3x-5}$$

$$x-2+2\sqrt{(x-2)(x-1)}+x-1=3x-5$$

$$2\sqrt{x^2-x-2x+2}=x-2$$

$$4x^2-12x+8=x^2-4x+4$$

$$3x^2-8x+4=0$$

$$x_{1;2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-48}}{6} = \frac{-8 \pm 4}{6} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ Hamis gyök}$$

$x \geq 2$	és	$x \geq 1$	és	$x \geq \frac{5}{3}$
------------	----	------------	----	----------------------

Ell.:

$$\sqrt{2-2} + \sqrt{2-1} = \sqrt{3 \cdot 2 - 5}$$

$$1 = 1$$

23. Oldja meg a következő egyenletet a racionális számok halmazán! $\sqrt{4-2\sqrt{x^2-1}} = 2x$

$$\sqrt{4-2\sqrt{x^2-1}}=2x$$

$$4-2\sqrt{x^2-1}=4x^2$$

$$2-\sqrt{x^2-1}=2x^2$$

$$-\sqrt{x^2-1}=2x^2-2$$

$$x^2-1=4x^4-8x^2+4$$

$$0=4x^4-9x^2+5$$

$$(x^2)_{1;2} = \frac{9 \pm \sqrt{81-80}}{8} = \frac{9 \pm 1}{8}$$

$$x^2 = \frac{5}{4} \quad x^2 = 1$$

$$x_{1;2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \quad x_{3;4} = \pm 1$$

Ell.:

$$x_1 = 1$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{1-1}} = 2$$

$$2 = 2$$

$$x_2 = -1$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{1-1}} \neq 2$$

Hamis gyök.

$$x_3 = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{\frac{5}{4}-1}} = 2 \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{3} \neq \sqrt{5}$$

Hamis gyök.

$$x_4 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{4-2\sqrt{\frac{5}{4}-1}} = 2 \frac{-\sqrt{5}}{2}$$

A négyzetgyök értéke

nem lehet negatív.

Hamis gyök.

ÉT.:

$$x^2 - 1 \geq 0 \quad \text{és} \quad 4 - 2\sqrt{x^2 - 1} \geq 0$$

$$-1 \geq x \quad \text{vagy} \quad x \geq 1 \quad 4 \geq 2\sqrt{x^2 - 1}$$

